

УДК 621.37

МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ НА ОСНОВЕ РЯДА КОТЕЛЬНИКОВА-ШЕННОНА

А. О. МОСКОВКО¹, О. А. ВИТЯЗЬ¹, ГИ ВАНДЕНБОШ²

¹Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»,
Украина, Киев, 03056, пр-т Победы, 37

²Католический университет Львена, Бельгия

Аннотация. В статье представлен эффективный метод расчета периодических стационарных состояний нелинейных электронных цепей во временной области. Метод основывается на применении ряда Котельникова–Шеннона для аппроксимации производных математической модели цепи. Циклическая форма аппроксимации с использованием ядра Шеннона позволяет получить простое матричное соотношение для производных. Матрица коэффициентов в полученных соотношениях не зависит от количества неизвестных сигналов в цепи, а зависит только от выбранного количества временных отсчетов. Количество временных отсчетов выбирается исходя из необходимой точности результата и степени нелинейности цепи. Данный метод позволяет преобразовать систему дифференциальных и алгебраических уравнений в систему нелинейных алгебраических уравнений, которая может быть решена, например, методом Ньютона–Рафсона. В работе приведены несколько примеров расчета стационарных состояний нелинейных электронных цепей, иллюстрирующих эффективность метода. Также приведены результаты эксперимента с выпрямителем напряжения, иллюстрирующие точность представленного метода.

Ключевые слова: стационарное периодическое состояние; ряд Котельникова–Шеннона; выпрямитель; генератор.

1. ВСТУПЛЕНИЕ

При расчете периодических стационарных состояний электронных цепей возникает проблема, которая состоит в том, что длительность переходных процессов может быть намного больше периода сигналов в стационарном состоянии. Это приводит к тому, что использование традиционных методов численного интегрирования дифференциальных уравнений во временной области становится неэффективным, поскольку интервал интегрирования в этом случае многократно превышает период стационарного состояния.

Существуют несколько классов методов расчета периодических стационарных состояний нелинейных электронных цепей: методы, разработанные для анализа математических моделей во временной [1–8], или частотной [9–13] областях, а также гомотопические методы, в которых нелинейная часть математической модели аппроксимируется усеченными рядами в пространстве состояний [14, 15].

Во временной области периодическое стационарное состояние цепи представляется в виде краевой задачи. Разновидности методов, работающих во временной области, включают в себя методы конечных разностей [1, 2], мето-

DOI: [10.20535/S0021347019120021](https://doi.org/10.20535/S0021347019120021)

© А. О. Московко, О. А. Витязь, Ги Ванденбош, 2019

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Aprille, T. J.; Trick, T. N. "A computer algorithm to determine the steady-state response of nonlinear oscillators," *IEEE Trans. Circuit Theory*, Vol. 19, No. 4, p. 354-360, 1972. DOI: [10.1109/TCT.1972.1083500](https://doi.org/10.1109/TCT.1972.1083500).
2. Vytyaz, I.; Lee, D. C.; Lu, S.; Mehrotra, A.; Moon, U.-K.; Mayaram, K. "Periodic steady-state analysis of oscillators with a specified oscillation frequency," *Proc. of IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, 27-30 May 2007, New Orleans, USA. IEEE, 2007, p. 1073-1076. DOI: [10.1109/ISCAS.2007.378195](https://doi.org/10.1109/ISCAS.2007.378195).
3. Aprille, T. J.; Trick, T. N. "Steady-state analysis of nonlinear circuits with periodic inputs," *Proc. IEEE*, Vol. 60, No. 1, p. 108-114, 1972. DOI: [10.1109/PROC.1972.8563](https://doi.org/10.1109/PROC.1972.8563).
4. Parkhurst, J. R.; Ogborn, L. L. "Determining the steady-state output of nonlinear oscillatory circuits using multiple shooting," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*

Integrated Circuits Syst., Vol. 14, No. 7, p. 882-889, 1995. DOI: [10.1109/43.391735](https://doi.org/10.1109/43.391735).

5. Brambilla, A.; Gruosso, G.; Gajani, G. S. "FSSA: Fast Steady-State Algorithm for the analysis of mixed analog/digital circuits," *IEEE Trans. Computer-Aided Design Integrated Circuits Syst.*, Vol. 29, No. 4, p. 528-537, 2010. DOI: [10.1109/TCAD.2010.2042886](https://doi.org/10.1109/TCAD.2010.2042886).

6. Li, Xin; Hu, Bo; Ling, Xieting; Zeng, Xuan. "A wavelet-balance approach for steady-state analysis of nonlinear circuits," *IEEE Trans. Circuits Systems I: Fundamental Theory Appl.*, Vol. 49, No. 5, p. 689-694, 2001. DOI: [10.1109/TCSI.2002.1001960](https://doi.org/10.1109/TCSI.2002.1001960).

7. Nakabayashi, T.; Mochizuki, M.; Moro, S. "Analysis method of periodic solution using Haar wavelet transform for autonomous nonlinear circuits," *Proc. of Int. Symp. on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, ISPACS*, 9-12 Nov. 2015, Nusa Dua, Indonesia. IEEE, 2015, p. 252-256. DOI: [10.1109/ISPACS.2015.7432775](https://doi.org/10.1109/ISPACS.2015.7432775).

8. Zhou, Xin; Zhou, Dian; Liu, Jin; Li, Ruiming; Zeng, Xuan; Chiang, Charles. "Steady-state analysis of nonlinear circuits using discrete singular convolution method," *Proc. of Int. Conf. on Design, Automation and Test in Europe Conference and Exhibition*, 16-20 Feb. 2004, Paris, France. IEEE, 2004, Vol. 2, p. 1322-1326. DOI: [10.1109/DATE.2004.1269078](https://doi.org/10.1109/DATE.2004.1269078).

9. Moskovko, A.; Vityaz, O. "Periodic steady-state analysis of relaxation oscillators using discrete singular convolution method," *Proc. of 37th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology, ELNANO*, 18-20 Apr. 2017, Kyiv, Ukraine. IEEE, 2017, p. 506-510. DOI: [10.1109/ELNANO.2017.7939803](https://doi.org/10.1109/ELNANO.2017.7939803).

10. Kundert, K. S.; Sangiovanni-Vincentelli, A. "Simulation of nonlinear circuits in the frequency domain," *IEEE Trans. Computer-Aided Design Integrated Circuits Syst.*, Vol. 5, No. 4, p. 521-535, 1986. DOI: [10.1109/TCAD.1986.1270223](https://doi.org/10.1109/TCAD.1986.1270223).

11. Ushida, A.; Chua, L. "Frequency-domain analysis of nonlinear circuits driven by multi-tone signals," *IEEE*

Trans. Circuits Syst., Vol. 31, No. 9, p. 766-779, 1984. DOI: [10.1109/TCS.1984.1085584](https://doi.org/10.1109/TCS.1984.1085584).

12. Liu, H.; Batselier, K.; Wong, N. "A novel linear algebra method for the determination of periodic steady states of nonlinear oscillators," *Proc. of 2014 IEEE/ACM Int. Conf. on Computer-Aided Design, ICCAD*, 2-6 Nov. 2014, San Jose, USA. IEEE, 2014, p. 611-617. DOI: [10.1109/ICCAD.2014.7001416](https://doi.org/10.1109/ICCAD.2014.7001416).

13. Cheng, X.; Chen, Y.; Chen, X.; Zhang, B.; Qiu, D. "An extended analytical approach for obtaining the steady-state periodic solutions of SPWM single-phase inverters," *Proc. of 2017 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, ECCE*, 1-5 Oct. 2017, Cincinnati, USA. IEEE, 2017, p. 1311-1316. DOI: [10.1109/ECCE.2017.8095941](https://doi.org/10.1109/ECCE.2017.8095941).

14. Chen, Y.; Chen, X.; Zhang, B.; Qiu, D. "A new analyzing scheme for non-integer order DC/DC converters," *Proc. of IECON 2015 - 41st Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society*, 9-12 Nov. 2015, Yokohama, Japan. IEEE, 2015, p. 1633-1638. DOI: [10.1109/IECON.2015.7392335](https://doi.org/10.1109/IECON.2015.7392335).

15. Brachtendorf, H. G.; Melville, R.; Feldmann, P.; Lampe, S.; Laur, R. "Homotopy method for finding the steady states of oscillators," *IEEE Trans. Computer-Aided Design Integrated Circuits Syst.*, Vol. 33, No. 6, p. 867-878, 2014. DOI: [10.1109/TCAD.2014.2302637](https://doi.org/10.1109/TCAD.2014.2302637).

16. Chen, Z.; Batselier, K.; Liu, H.; Wong, N. "An efficient homotopy-based Poincaré-Lindstedt method for the periodic steady-state analysis of nonlinear autonomous oscillators," *Proc. of 2017 22nd Asia and South Pacific Design Automation Conf., ASP-DAC*, 16-19 Jan. 2017, Chiba, Japan. IEEE, 2017, p. 283-288. DOI: [10.1109/ASPDAC.2017.7858333](https://doi.org/10.1109/ASPDAC.2017.7858333).

17. Moskovko, A.; Vityaz, O. "Transient analysis of electronic circuits using periodic steady-state analysis technique," *Proc. of 38th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology, ELNANO*, 24-26 Apr. 2018, Kyiv, Ukraine. IEEE, 2018, p. 499-503. DOI: [10.1109/ELNANO.2018.8477503](https://doi.org/10.1109/ELNANO.2018.8477503).

Поступила в редакцию 13.05.2019

После доработки 22.12.2019

Принята к публикации 09.12.2019
