УДК 621.391:519.22

ПОПОВ А. А.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОЦЕНОК НЕИЗВЕСТНОГО НЕСЛУЧАЙНОГО ПАРАМЕТРА СИГНАЛА В ЛИНЕЙНОМ ПРОСТРАНСТВЕ И *K*–ПРОСТРАНСТВЕ

Показано, что при обработке сигналов на фоне помех (шумов) в *K*-пространстве сигналов могут быть достигнуты более высокие характеристики оценки неизвестного неслучайного параметра сигнала, чем в линейном пространстве. Предложен показатель качества точечного оценивания, основанный на метрических свойствах пространства оценок.

Одной из наиболее общих задач обработки сигналов на фоне помех (шумов) является оценивание сигналов и их параметров. К данной задаче могут быть сведены также и другие, например, задачи обнаружения, различения и разрешения сигналов [1–4]. В большей части известной литературы задачи обработки сигналов на фоне помех (шумов) формулируются в терминологии линейного пространства сигналов £, в котором результат взаимодействия x сигнала s и помехи n описывается операцией сложения аддитивной коммутативной группы: $x = s + n$.

Характеристики и поведение оценок в предположении аддитивного (в терминологии линейного пространства) взаимодействия оцениваемого параметра с ошибками измерения некоторого произвольного семейства распределений достаточно полно представлено в соответствующей литературе [5–9]. Примеры оценок, асимптотическая дисперсия которых никогда не превышает нижней границы Крамера-Рао, а при некоторых значениях оцениваемого параметра оказывается ниже нее, были предложены Дж.Ходжесом (Hodges J.L.) и Л. Ле Камом (Le Cam L.) [5, 8]. Такие оценки принято называть сверхэффективными. В настоящей статье приводится пример оценок, которые по своим свойствам близки к сверхэффективным, однако природа их возникновения принципиально иная и обусловлена отличием алгебраических свойств пространств, в которых они имеют место от свойств линейного пространства.

Предметом последующего рассмотрения будут сравнительные характеристики оценок параметров сигналов на фоне помех (шумов) в линейном пространстве и K–пространстве сигналов. В существующей алгебраической литературе K–пространства известны достаточно давно и хорошо исследованы [10, 11]. Использование в последующем изложении именно K–пространства в качестве пространства сигналов обусловлено тем, что оно является на сегодняшний день единственно известной алгебраической структурой, в которой наряду с аксиоматикой алгебраической решетки, выполняются аксиомы линейного пространства. K–пространство определяется как линейная дистрибутивная решетка $L(+,\vee,\wedge)$ над кольцом скаляров, в которой выполняются аксиомы алгебраической дистрибутивной решетки $L(\vee,\wedge)$ с операциями верхней и нижней граней соответственно: $a\vee b = \sup_L\{a, b\}$, $a\wedge b = \inf_L\{a, b\}$ и аксиомы линейного пространства L с операцией сложения $a + b$ аддитивной коммутативной группы $L(+)$ [10, 11]. При этом элементы a, b K–пространства могут быть как элементами n-мерного векторного пространства ($a=[a_1, a_2, \ldots, a_n]$, $b=[b_1, b_2, \ldots, b_n]$), так и функцией (детерминированной или случайной), определенной на некотором множестве T ($a = a(t)$, $b = b(t)$, $t\in T$).

Проведем сравнительный анализ характеристик качества оценивания неизвестного неслучайного параметра $\lambda \geq 0$ для моделей непосредственного измерения в линейном пространстве и K–пространстве:

$$\text{— в линейном пространстве } X_i = \lambda + N \qquad (1а)$$

$$\text{— в } K\text{–пространстве } X_i = \lambda \vee N_i; \qquad (1б)$$

где $\{N_i\}$ — независимые ошибки измерения, распределенные нормально с нулевым математическим ожиданием и дисперсией D; $\{X_i\}$ — результаты измерения; $+$, $\vee$ — символы суммы линейного пространства и верхней грани