УДК 621.391

ЕЛИСЕЕВ А. В.

АЛГОРИТМ ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ, УСТОЙЧИВЫЙ К СИНГУЛЯРНЫМ ОШИБКАМ

Решена задача линейной дискретной фильтрации при наличии в канале наблюдения кусочно-непрерывных помех, имеющих конечное число разрывов первого рода на всем отрезке наблюдения и описываемых на интервалах непрерывности степенными полиномами со случайными коэффициентами. Рассмотрен иллюстративный пример.

Известно [1, 2], что одним из перспективных направлений развития теории и практики оценивания и идентификации параметров случайного процесса является использование алгоритмов оптимальной (субоптимальной) фильтрации. Наиболее простые технические решения имеют алгоритмы линейной фильтрации, которые широко применяются на практике, например, в аппаратуре потребителей спутниковой навигационной системы GPS/ГЛОНАСС [2]. Данные фильтры эффективны, когда в канале измерения присутствует только флуктуационная ошибка [3]. Однако реальные измерения могут сопровождаться и другими типами ошибок, например, динамическими ошибками с известной структурой их математической модели и неизвестными параметрами (сингулярные ошибки) [4, 5]. Еще более сложной является задача оценивания при наличии в измерениях ошибок, подобных описанным выше, но со случайной сменой структур, принадлежащих некоторому априорно заданному множеству. Примером ошибок такого рода являются кусочно-непрерывные помехи, описываемые на интервалах непрерывности произвольными обобщенными многочленами со случайными коэффициентами [3, 4].

В настоящей статье рассмотрены основные теоретические посылки решения задачи дискретной линейной фильтрации применительно к измерениям, содержащим кусочно-степенные помехи, имеющие конечное число разрывов первого рода на всем интервале наблюдения.

Пусть вектор состояния $X(j) = X(t_j) = [x_s(j), s = \overline{1,q}]^T$ объекта наблюдения на интервале $[t_0, T]$ описывается разностным уравнением

$$X(j+1) = \Phi(j+1, j)X(j) + \Gamma(j+1, j)N_x(j), \; j = 0, 1, 2, \dots, \tag{1}$$

а наблюдаемая случайная последовательность представлена уравнением

$$Y(j) = B(j)X(j) + H(j) + N_y(j), \; j = 0, 1, 2, \dots, \tag{2}$$

где $\Phi(j+1, j) = [\varphi_{ls}(j), l, s = \overline{1,q}]$, $\Gamma(j+1, j) = [\gamma_{sk}(j), s = \overline{1,q}, k = \overline{1,m}]$, $B(j) = [b_{ks}(j), k = \overline{1,p}, s = \overline{1,q}]$ — известные функциональные матрицы, $Y(j) = [y_s(j), s = \overline{1,p}]^T$ — вектор наблюдения, $N_x(j) = [n_{xs}(j), s = \overline{1,m}]^T$, $N_y(j) = [n_{ys}(j), s = \overline{1,p}]^T$ — случайные шумы объекта (1) и канала наблюдения (2) соответственно.

Известно, что

$$M\{N_x(j)\} = 0, M\{N_y(j)\} = 0, \quad M\{N_x(j)N_x^T(k)\} = V_x(j)\delta(j-k),$$
$$M\{N_y(j)N_y^T(k)\} = W_y(j)\delta(j-k), M\{N_x(j)N_y^T(k)\} = 0, \tag{3}$$

где $M\{\cdot\}$ — символ математического ожидания, $\delta(\cdot)$ — символ Кронекера, $V_x(j) = \text{diag}\,[v_{xss}(j), s = \overline{1,m}]$, $W_y(j) = \text{diag}\,[w_{yss}(j), s = \overline{1,p}]$ — симметричные неотрицательно-определенная и положительно-определенная матрицы соответственно, $H(j) = [h_s(j), s = \overline{1,p}]^T$ — динамическая помеха со случайной сменой структуры.

Помеха $H(j)$ относится к классу кусочно-степенных помех, т.е. на отрезке $[t_0, T]$ имеет конечное число точек разрыва первого рода и на интервалах непрерывности $\left(\overset{*}{t}_{s,i-1}, \overset{*}{t}_{si}\right]$ описывается степенными полиномами

$$h_{si}(j) = \sum_{l=0}^{M_{si}} b_{s,il}\left(t_j - \overset{*}{t}_{s,i-1}\right)^l, \; M_{si} \in \{0, 1, 2, \dots\},$$
$$t_j \in \left(\overset{*}{t}_{s,i-1}, \overset{*}{t}_{si}\right] \subset [t_0, T], \; i = \overline{1, L_s}, \tag{4}$$