УДК 621.372. 412

ЕВДОКИМЕНКО Ю. И.

МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ ПО БАЗИСНЫМ ФУНКЦИЯМ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕПЛООБМЕНА КВАРЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

Предложен метод разложения по базисным функциям для определения термодинамических процессов в кварцевом резонаторе с учетом кварцедержателей. На основе полученого решения объяснена физическая природа существования терморезонанса в кварцевом резонаторе и роль в этом процессе кварцедержателей.

Современные прецизионные меры и стандарты частоты в своей основе содержат опорный кварцевый генератор, характеристики которого в основном определяют показатели стабильности воспроизведения частоты данной мерой или стандартом. Термодинамические эффекты в кварцевых резонаторах (КР) вносят заметный вклад в результирующую нестабильность частоты данных генераторов. Поэтому возникает необходимость выявления физических процессов при работе КР в нестационарном температурном поле внешней среды.

Приведенные в [1] результаты моделирования температурного воздействия на безэлектродную кварцевую пластину могут быть в той или иной мере применимы к кварцевым резонаторам конструкции BVA [2], у которых можно пренебречь температурным влиянием кварцедержателей, выполняющих одновременно функцию токоподводящих элементов. Поскольку кварцедержатели являются основными объектами, осуществляющими теплообмен между кварцевой пластиной и внешней средой, решать задачу определения распределения температуры внутри объема пьезопластины без учета их влияния не представляется возможным.

Наиболее подходящим способом решения задачи теплопроводности в объеме «пьезопластина — кварцедержатели» является разбиение всей области на подобласти с получением решения для каждой отдельной области и последующим их «сшиванием» на границах раздела [3, 4].

Данную задачу удобнее решать в классе задач математической физики без начальных условий [5], полагая воздействие температуры внешней среды на внешний торец кварцедержателя, выступающего из баллона кварцевого резонатора, в виде гармонической функции exp($j\omega t$). Учтем, что кварцедержатель конструктивно представляет собой длинный тонкий стержень. Пренебрегая теплоотдачей через его боковую поверхность, уравнение теплопроводности для определения распределения температуры $T_{\text{кд}}$ внутри кварцедержателя может быть сведено к одномерному относительно координаты, направленной вдоль стержня. Кроме того, учтем, что толщина кварцевой пластины H существенно меньше его радиальных размеров. Это позволяет пренебречь изменением температуры $T_{\text{кп}}$ вдоль толщины кварцевой пластины и свести уравнение теплопроводности к двумерному, представленному в полярной системе координат. В этом случае решаемая задача может быть представлена следующей системой уравнений относительно $T_{\text{кп}}$ и $T_{\text{кд}}$.

$$\begin{cases} \dfrac{c_{\text{кп}}\rho_{\text{кп}}}{\lambda_{\text{кп.}}}\dfrac{\partial T_{\text{кп}}}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 T_{\text{кп}}}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial T_{\text{кп}}}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 T_{\text{кп}}}{\partial \varphi^2} \\ \dfrac{c_{\text{кд}}\rho_{\text{кд}}}{\lambda_{\text{кд}}}\dfrac{\partial T_{\text{кд}}}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 T_{\text{кд}}}{\partial x^2} \\ T_{\text{кд}}(0,t) = T_0 \exp(-j\omega t) \\ T_{\text{кд}}(l,t) = T_{\text{кп}}(R,0,t) \\ \left.\dfrac{\partial T_{\text{кп}}}{\partial r}\right|_{r=R} = \begin{cases} -\dfrac{\lambda_{\text{кд}}}{\lambda_{\text{кп}}}\left.\dfrac{\partial T_{\text{кд}}}{\partial x}\right|_{x=l}, -\varphi_0 \le \varphi \le \varphi_0 \\ 0, -\pi/2 \le \varphi < -\varphi_0 \, u \varphi_0 < \varphi \le \pi/2, \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

где $c_{\text{кп}}, c_{\text{кд}}$ — удельная теплоемкость соответственно кварцевой пластины и кварцедержателя (обычно константан); $\rho_{\text{кп}}, \rho_{\text{кд}}$ — соответствующие удельные плотности; $\lambda_{\text{кд}}$ — коэффициент теплопроводности кварцедержателя; $\lambda_{\text{кп}}$ — усредненный в плоскости пьезопластины коэффициент теплопроводности кварца; T_0 — амплитуда гармонических колебаний температуры внутри термостата с частотой ω; R — радиус кварцевой пластины; l — длина кварцедержателя; $\varphi_0 = d/R$ — угловая мера дуги соприкосновения пьезопластины с кварцедержателем; d — поперечный размер кварцедержателя.

Учитывая линейность системы (1), а также то, что одно из уравнений имеет функциональную зависимость от переменной t в явном виде, искомые функ-

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Евдокименко Ю. И.*, *Шималий Ю. С.* Термодинамическая нестабильность частоты объемных акустических колебаний кварцевой пьезопластины // Акустический журнал.— 1992.— Т. 38.— Вып. 2.— С. 283.

2. *Besson R. J.*, *Boy J. J.*, *Deyzac F.* Acceleration sensitivity of BVA resonators // Proc. 50-th IEEE AFCS.— 1996.— P. 457—463.

3. Вычислительные методы в электродинамике // Под. ред. Р. Миттры.— М. : Мир, 1977.— 327 с.

4. Дифракция волн на решетках / В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко, С. А. Масалов и др.— Изд-во Харьковского ун-та, 1973.— 287 с.

5. *Тихонов А. Н.*, *СамарскийА. А.* Уравнения математической физики.— М. : Наука, 1977.— 724 с.

г. Харьков.

Поступила в редакцию 31.01.2002.