УДК 621.372.54.372

ШЕЛЕПЕНКО Ю.Ю.

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВЕНЬЕВ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ИЗБЫТОЧНЫМ ЧИСЛОМ УМНОЖИТЕЛЕЙ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Рассмотрены возможности уменьшения поэлементной и среднеквадратичной чувствительности частотных характеристик минимально-фазовых и неминимально-фазовых звеньев с избыточным числом элементов, с использованием которых реализуются полученные на этапе аппроксимации передаточные функции рекурсивных цифровых фильтров.

Передаточные функции $H(z)$ рекурсивных цифровых фильтров (РЦФ) при их реализации каскадным соединением звеньев первого и второго порядка представляют в виде произведения дробей:

$$H(z)=h\frac{1+\beta_0 z^{-1}}{1+\delta_0 z^{-1}}\cdot\prod_{i=1}^{m1}\frac{1+a_{1i}z^{-1}+a_{2i}z^{-2}}{1+b_{1i}z^{-1}+b_{2i}z^{-2}}\cdot\prod_{i=1}^{m2}\frac{1+a_{1i}z^{-1}+z^{-2}}{1+b_{1i}z^{-1}+b_{2i}z^{-2}}=$$

$$=hH_0(z)\cdot\prod_{i=1}^{m1}H_{1i}(z)\cdot\prod_{i=1}^{m2}H_{2i}(z). \qquad (1)$$

Множитель $H_0(z)$ реализуют звеном первого порядка (при $\beta_0=\delta_0=0$ такое звено в РЦФ отсутствует), множители $H_{1i}(z)$ реализуют неминимально-фазовыми звеньями второго порядка, $H_{2i}(z)$ — минимально-фазовыми звеньями с нулями передачи на единичной окружности комплексной плоскости z, т. е. такое звено имеет нуль АЧХ в полосе задерживания РЦФ.

При реализации РЦФ запоминание значений сигнала, коэффициентов передаточных функций и результатов выполнения операций умножения и суммирования осуществляется в регистрах с конечным числом разрядов. Поэтому до записи производится округление (квантование) чисел, которое является основным источником ошибок в цифровых фильтрах (ЦФ). Ошибки квантования результатов арифметических операций зависят от алгоритма реализации ЦФ и поэтому в литературе отсутствуют общие соотношения для их количественной оценки.

Квантование значений коэффициентов передаточных функций приводит к изменению частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) реализованного ЦФ по сравнению с характеристиками, полученными на этапе решения задачи аппроксимации [1]. Необходимую для реализации конкретного ЦФ длину машинного слова можно точно определить, вычисляя частотные характеристики при постепенном уменьшении длины машинного слова до тех пор, пока не перестанут выполняться требования к частотным характеристикам фильтра. Более гибким является статистический метод [2, 3], который позволяет определить не только необходимую длину машинного слова для конкретной схемы, но и сравнить по этому показателю различные схемы ЦФ, не прибегая к окончательным расчетам. Суть статистического метода заключается в следующем. Будем под c_i понимать любой из коэффициентов передаточной функции (1), реализуемых в виде: $\pm d \cdot 2^v$, где d — нормализованная мантисса; v — порядок машинного слова. При малых отклонениях параметров c_i от их номинальных значений отклонение затухания $a(x) = -\ln\left|H(jx)\right|$ и ФЧХ $\Theta(x) = \arg H(jx)$ соответственно равны:

$$\Delta a(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial a}{\partial c_i} \Delta c_i = \sum_{i=1}^{N} S_i E_i,\ \Delta\Theta(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial \Theta}{\partial c_i} \Delta c_i = \sum_{i=1}^{N} R_i E_i, \qquad (2)$$

где $H(jx)$ — комплексная передаточная функция, получаемая из $H(z)$ путем замены $z = \mathrm{e}^{\mathrm{j}x}$; $x = \omega T$ — нормированная цифровая частота; T — интервал дискретизации; $S_i = \frac{\partial a}{\partial c_i} c_i, R_i = \frac{\partial \Theta}{\partial c_i} c_i$ — соответственно полуотносительные поэлементные чувствительности затухания и ФЧХ по параметрам c_i; $E_i = \Delta c_i / c_i$ — относительная величина округления мантиссы c_i.

Величины E_i являются случайными, независимыми, изменяющимися в пределах $-2^{-k} \le E_i \le 2^{-k}$. Поскольку они распределены по равномерному закону, с дисперсиями $\sigma_i^2 = [2^{-k} - (-2^{-k})]^2 / 12 = 2^{-2k} / 3$ и нулевым математическим ожиданием, то величины $\Delta a(x)$ и $\Delta\Theta(x)$ также будут случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D[\Delta a] = \frac{1}{9} 2^{-4k} \sum_{i=1}^{N} S_i^2;\ D[\Delta\Theta] = \frac{1}{9} 2^{-4k} \sum_{i=1}^{N} R_i^2. \qquad (3)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Рабинер Л.*, *Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М. : Мир, 1978.— 848 с.

2. *Антонью А.* Цифровые фильтры: анализ и проектирование.— М. : Радио и связь,1983.— 320 с.

3. *Лиу В.* Влияние конечной длины слова на точность цифровых фильтров // Зарубежная радиоэлектроника.— 1973.— №2.— С. 65—90.

4. *Вентцель Е. С.*, *Овчаров А. А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения.— М. : Наука, 1988.— 480 с.

5. *Трифонов И. И.*, *Шелепенко С. Ю.*, *Шелепенко Ю. Ю.* Аппроксимация частотных характеристик рекурсивных цифровых фильтров нижних частот с линейной ФЧХ и заданной зависимостью АЧХ в переходной полосе частот // Радиоэлектроника.— 2001.— №8.— С. 3—13. (Изв. вузов).

6. *Коча В. М.*, *Торяник Н. Н.* К вопросу о структурах цифровых фильтров. // Зарубежная радиоэлектроника.— 1985.— №11.— С. 16—29.

7. *Lo P.-H.*, *Jenq Y.-C.* Minimum sensitivity realization of second order recursive digital filter // IEEE Trans. On ASSP.— Vol. ASSP.— 30, Dec., 1982.— P. 930—936.

Киевский политехнический ин-т. Поступила в редакцию после переработки 30.04.02.