

Р. В. БЕЛЯКОВ

ОБ УПРОЩЕННОМ МЕТОДЕ ЛИНЕАРИЗАЦИИ В ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ*

Предлагается графическая интерпретация упрощенного метода линеаризации одного из типов нелинейных уравнений, позволяющая находить амплитудные и частотные характеристики нелинейных колебательных систем с одной степенью свободы.

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение вида

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + f(x) = F_m e^{j\omega t}, \quad (1)$$

где $f(x)$ — нелинейная функция.

Как известно, точного решения уравнения (1) нет, однако имеется ряд приближенных методов получения решения таких уравнений: 1) метод малого параметра [1, 2, 3] — наиболее точный из приближенных методов, позволяющий найти частное решение уравнения (1) с любой заданной точностью, но и наиболее трудоемкий; 2) вариационный метод Б. Г. Галеркина [3]; 3) метод сравнения коэффициентов Дуффинга [4]; 4) метод медленно меняющихся амплитуд, пригодность которого к исследованию нелинейных колебательных систем была обнаружена Ван-дер-Полем [5] и который был обоснован Манделъштамом и Папалекси [6]; 5) квазилинейный метод Меллера — Кобзарева [7, 8]; 6) метод эквивалентной линеаризации, разработанный Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым [9]; 7) метод наименьших квадратов [10]; 8) упрощенный метод линеаризации [10].

Первые три метода являются методами последовательных приближений, тогда как остальные (нашедшие широкое применение в нелинейной радиотехнике) могут быть названы методами усреднения.

Если по методу медленно меняющихся амплитуд усреднение состоит в замене выражений для изменения амплитуд интегральными средними этих выражений *по времени*, то в четырех последних методах вводятся средние параметры, причем усреднение параметров производится *по смещению* в пределах размаха установившихся в системе колебаний. Будем называть методы, в которых используется усреднение нелинейных параметров, — квазилинейными методами.

Отметим, что в настоящее время методы усреднения зачастую описываются разрозненно (см. наряду с уже названными работами [11]). Более общая, объединяющая эти методы, точка зрения изложена в работах Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова [9] и Б. В. Булгакова [12]. Обилие методов объясняется сложностью задачи: уравнение (1) имеет большое число периодических решений, а также и непериодические решения, причем как убывающие во времени, так и беспредельно нарастающие. Непе-

* Доложено на кафедре акустики Киевского института киноинженеров 22 декабря 1953 г. и на объединенной конференции Киевского и Ленинградского институтов киноинженеров 2 февраля 1954 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эйлер, Л., Новая теория луны (перев. Крылова А. Н.), Изд. АН СССР, 1924.
2. Poincaré H., Les methodes nouvelles de la mecanique celeste Paris, т. I (1892), т. II (1893), т. III (1899).
3. Андронов А. А. и Хайкин С. Э., Теория колебаний, ОНТИ, 1937.
4. Duffing G., 'Erzwungene schwingungen bei veränderlichen Eigenfrequenz und ihre technische Bedeutung', Braunschweig, 1918.
5. Ван-дер-Поль, Нелинейная теория электрических колебаний, М., 1935.
6. Манделъштам Л. И. и Папалекси Н. Д., Труды, т. V, Изд. АН СССР, 1955.
7. Меллер, Электронные лампы, ГТИ, 1933.
8. Кобзарев Ю. Б., О взаимоотношении между квазилинейной и нелинейной теориями лампового генератора, ЖТФ, 1932, 11, вып. 9—10, 986.
9. Крылов Н. М. и Боголюбов Н. Н., Введение в нелинейную механику, Киев, Изд. АН УССР, 1937.
10. Ден-Гартог, Теория колебаний, М. 1943.
11. Капчинский И. М., Методы теории колебаний в радиотехнике, Гостехиздат, 1954.
12. Булгаков Б. В., Колебания, ГИИТЛ, 1954.
13. Пивоваров С. П., К теории феррорезонансного стабилизатора напряжения, Автоматика и телемеханика, 1949, 10, № 3, 238.
14. Беляков Р. В., Вопросы теории и расчета феррорезонансных стабилизаторов напряжения, Канд. диссертация, КПИ, 1955.
15. Гольдфарб Л. С., О некоторых нелинейностях в системах регулирования, Автоматика и телемеханика, 1947, 8, № 5, 349.

Рекомендована кафедрой акустики
и звукотехники Киевского ордена
Ленина политехнического института

Поступила в редакцию 10 IV 1958 г.,
после переработки 6 VI 1958 г.